Selbsttest – Exponentialfunktion 1

1) Bestimme die Ableitung der Funktion f.
   a) $f(x) = 3x^2 \cdot e^{-4x}$ b) $f(x) = (2x+5) \cdot e^{-x}$

2) Bestimme eine Stammfunktion von f.
   a) $f(x) = 3x^2 + 8e^{4x-2}$ b) $f(x) = 2(x - 6e^{-3x})$

3) Skizziere das Schaubild der Funktion $f(x) = e^{x-2} + 1$.

4) Bestimme die Gleichung der Tangente an die Funktion $f(x) = e^{x-1}$ in Punkt $P\left(0 \mid \frac{1}{e}\right)$.

5) Berechne das Integral $\int_{-1}^{0} (1 + e^{-x})dx$.

6) Berechne den Flächeninhalt zwischen den zwei Kurven $f(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2$ und $g(x) = e^x - x$.

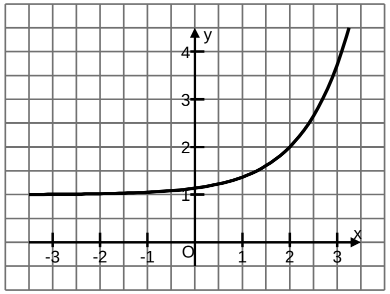
Selbsttest – Exponentialfunktion 1

Lösungen:

1) a) $f'(x) = 6x \cdot e^{-4x} - 12x^2 \cdot e^{-4x}$ b) $f'(x) = 2 \cdot e^{-x} - (2x+5) \cdot e^{-x}$

2) a) $F(x) = x^3 + 2e^{4x-2}$ b) $F(x) = 2\left(\frac{1}{2}x^2 + 2e^{-3x}\right)$

3) Die Funktion $f(x) = e^x$ wird um 1 nach oben und um 2 nach rechts verschoben.



4) $f'(x) = e^{x-1};\ f'(0) = \frac{1}{e} = m;\ \ y = mx + c \Leftrightarrow \frac{1}{e} = \frac{1}{e} \cdot 0 + c \Leftrightarrow c = \frac{1}{e}$

$t: y = \frac{1}{e}x + \frac{1}{e}$

5) $\int_{-1}^{0} (1 + e^{-x})dx = \left[x - e^{-x}\right]_{-1}^{0} = 0 - 1 - (-1 - e) = e$

6) Schnittpunkte:

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = x \Rightarrow x_1 = 0;\ x_2 = 2$

$A = \left|\int_0^2 (f(x) - g(x))\,dx\right| = \left|\int_0^2 \left(-\frac{1}{2}x^2 + x\right)dx\right| = \left|\left[-\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2\right]_0^2\right|$

$= \left|-\frac{8}{6} + 2\right| = \left|-\frac{4}{3} + \frac{6}{3}\right| = \frac{2}{3}$